1. Інтуїтивне поняття множини: Множина - це колекція унікальних елементів. Основні принципи теорії множин включають аксіому розширення (множини визначаються своїми елементами), аксіому включення (одна множина є підмножиною іншої) та аксіому вибору (для будь-якої колекції непорожніх множин можна вибрати їхні елементи).
2. Операції над множинами: Основні операції над множинами включають об'єднання (повертає множину, що містить всі унікальні елементи з обох множин), перетин (повертає множину, що містить елементи, які зустрічаються в обох множинах), різницю (повертає множину, що містить елементи першої множини, які не належать другій множині) та доповнення (повертає множину, що містить всі елементи, що не належать вихідній множині в рамках певного універсального набору).
3. Закони для операцій над множинами: Закони для операцій над множинами включають: закон тотожності, протиріччя, виключення третього, ідемпотентності, комутативності, асоціативності, дистрибутивності, поглинання, де Моргана і подвійного заперечення.
4. Прямий декартовий добуток множин: Прямий декартовий добуток двох множин А та В (позначається як A × B) - це множина всіх можливих упорядкованих пар (a, b), де a належить А і b належить В.
5. Відношення: Відношення - це зв'язок між елементами двох множин. Операції над відношеннями включають об'єднання, перетин, різницю та доповнення.
6. Бінарні відношення та їх властивості: Бінарне відношення - це підмножина прямого декартового добутку двох множин. Властивості бінарних відношень включають рефлексивність, симетрію, транзитивність, антирефлексивність і антисиметрію.
7. Приклади бінарних відношень: Тотожність, рефлексивність, іррефлексивність, симетрія, антисиметрія та транзитивність є прикладами властивостей бінарних відношень.
8. Відношення еквівалентності та його властивості: Відношення еквівалентності - це відношення, яке є рефлексивним, симетричним і транзитивним.
9. Теорема про розбиття. Фактор-множина: Теорема про розбиття стверджує, що будь-яке відношення еквівалентності розбиває множину на неперетинаючі класи еквівалентності. Фактор-множина - це множина класів еквівалентності, утворених внаслідок розбиття вихідної множини.
10. Відношення часткового порядку та його властивості: Відношення часткового порядку - це рефлексивне, антисиметричне і транзитивне відношення. Якщо умова повноти не виконується, і порядок є нестрогим, то відношення називають відношенням часткового порядку. Зазвичай відношення строгого порядку (повного чи часткового) позначається знаком <, а відношення нестрогого порядку знаком ≤.
11. Частково впорядковані множини та їх властивості: Частково впорядкована множина - це множина, на якій встановлено відношення часткового порядку. Аксіома повної впорядкованості стверджує, що для будь-яких двох елементів множини один з них перебуває у відношенні з іншим. Позначається (P, ≤).
12. Метод трансфінітної індукції: Метод трансфінітної індукції використовується для доведення властивостей на бескінечних множинах, включаючи послідовності та кардинальні числа.
13. Відображення: Відображення (функція) встановлює взаємозв'язок між елементами двох множин. Аксіома вибору - це аксіома теорії множин, яка стверджує існування функції, що відображає кожен елемент однієї множини на елемент іншої множини.
14. Елементарна класифікація відображень: Відображення може бути ін'єктивним (кожен елемент першої множини відповідає різним елементам другої множини), сюр'єктивним (кожен елемент другої множини має відповідний елемент у першій множині) або бієктивним (ін'єктивне та сюр'єктивне одночасно).
15. Композиція відображень: Композиція відображень - це операція, яка поєднує два відображення, де вихід одного відображення є входом для іншого відображення. Обернене відображення - це відображення, що обертає напрямок вихідних та вхідних елементів.
16. Потужність множин: Потужність множини - це кількість елементів у множині. Властивості потужностей скінчених множин включають принцип множення та принцип суми.
17. Злічені множини та їх властивості: Злічені множини - це множини, що можуть бути впорядковані в послідовності. Властивості злічених множин включають можливість встановлення взаємно-однозначного відображення на множину натуральних чисел.
18. Незлічені множини. Теорема Кантора: Незлічені множини - це множини, які не можуть бути впорядковані в послідовності та встановлено взаємно-однозначне відображення на множину натуральних чисел. Теорема Кантора стверджує, що потужність множини становить завжди більше потужності її підмножини.
19. Порівняння потужностей нескінченних множин: Існує кілька методів порівняння потужностей нескінченних множин, таких як встановлення взаємно-однозначного відображення, використання методу діагоналізації Кантора та використання теореми Кантора-Бернштейна.
20. Основні принципи комбінаторики: Правило множення стверджує, що якщо події відбуваються послідовно, то загальна кількість способів відбуття обох подій дорівнює добутку кількостей способів відбуття кожної окремої події. Правило суми стверджує, що якщо події відбуваються альтернативно, то загальна кількість способів відбуття будь-якої з цих подій дорівнює сумі кількостей способів відбуття кожної окремої події.
21. Комбінації: Комбінації - це спосіб вибору елементів з множини без врахування порядку. Кількість комбінацій з повтореннями та без повторення визначається за допомогою біноміальних коефіцієнтів.
22. Перестановки: Перестановки - це спосіб вибору та упорядкування елементів множини. Кількість перестановок з повтореннями і без повторення визначається за допомогою факторіалу та біноміальних коефіцієнтів.
23. Розміщення: Розміщення - це спосіб вибору та упорядкування елементів множини з урахуванням порядку. Кількість розміщень з повтореннями і без повторення визначається за допомогою факторіалу та біноміальних коефіцієнтів.
24. Біном Ньютона. Властивості біноміальних коефіцієнтів: Біном Ньютона - це формула, яка використовується для розкладу біноміального виразу у степінь. Біноміальні коефіцієнти мають властивості симетрії, суми та множення.
25. Поліноміальна формула та метод продуктивних (твірних) функцій: Поліноміальна формула - це формула, яка дозволяє виразити степінь суми або різниці двох виразів у вигляді суми поліномів. Метод продуктивних (твірних) функцій - це метод, що використовується для розв'язування комбінаторних задач шляхом складання рекурентних рівнянь.
26. Метод рекурентних співвідношень: Метод рекурентних співвідношень використовується для вирішення комбінаторних задач шляхом побудови рекурентних формул, що виражають значення шуканої величини через значення менших задач того ж типу.
27. Метод включень та виключень: Метод включень та виключень використовується для підрахунку кількості об'єктів, заданих умовами включення та/або виключення деяких властивостей. Цей метод базується на принципі виключення інформації, що повторюється.
28. Булеві функції від одного та двох аргументів: Булеві функції від одного аргументу приймають значення із множини {0, 1}, а булеві функції від двох аргументів приймають значення із множини {0, 1} і визначаються за допомогою таблиці істинності.
29. Теорема про булеві функції, пов'язані з операцією кон'юнкції: Теорема стверджує, що булева функція, яка представляється як кон'юнкція змінних, дорівнює 1 тільки тоді, коли всі змінні, що входять до цієї кон'юнкції, дорівнюють 1.
30. Теорема про булеві функції, пов'язані з операцією диз'юнкції: Теорема стверджує, що булева функція, яка представляється як диз'юнкція змінних, дорівнює 0 тільки тоді, коли всі змінні, що входять до цієї диз'юнкції, дорівнюють 0.
31. Теорема про булеві функції, пов'язані з операцією заперечення: Теорема стверджує, що булева функція, яка представляється як заперечення змінної, дорівнює 1 тільки тоді, коли змінна дорівнює 0, і дорівнює 0 тільки тоді, коли змінна дорівнює 1.
32. Двоїстість булевих функцій, заданих за допомогою формул: Двоїстість булевої функції означає, що заміна 0 на 1 і 1 на 0 у формулі, що задає функцію, дає формулу, що задає двоїсту функцію.
33. Булеві функції від p змінних. Теорема про число булевих функцій від p змінних: Кількість різних булевих функцій від p змінних дорівнює 2^2^p.
34. Функціонально повні системи булевих функцій: Функціонально повна система булевих функцій - це система булевих функцій, за допомогою яких можна побудувати будь-яку іншу булеву функцію.
35. Алгебра Жегалкіна. Теорема Жегалкіна: Алгебра Жегалкіна - це метод представлення булевих функцій за допомогою поліномів над полем GF(2). Теорема Жегалкіна стверджує, що кожна булева функція може бути представлена у вигляді унікального полінома Жегалкіна.
36. Класи Поста булевих функцій. Теорема про повноту. Теорема Поста: Класи Поста - це підкласи булевих функцій, які відрізняються за певними властивостями. Теорема про повноту стверджує, що система булевих функцій є функціонально повною, якщо жодна з функцій цієї системи не належить до жодного з класів Поста.
37. Алгебраїчне задання булевих функцій. ДДНФ: Алгебраїчне задання булевих функцій - це представлення булевої функції у вигляді алгебраїчного виразу, що складається з операцій кон'юнкції, диз'юнкції та заперечення. ДНФ (диз'юнктивна нормальна форма) є одним з варіантів алгебраїчного задання булевих функцій.
38. Алгоритм переходу від табличного задання булевої функції до алгебраїчного: Алгоритм переходу від табличного задання булевої функції до алгебраїчного полягає у побудові ДНФ (диз'юнктивної нормальної форми) за таблицею істинності функції.
39. Геометричне подання булевих функцій від двох та трьох змінних: Геометричне подання булевих функцій від двох та трьох змінних може бути здійснене за допомогою геометричних об'єктів, таких як точки, прямі, площини, у тривимірному просторі.
40. Застосування булевих функцій до аналізу перемикальних схем: Булеві функції широко використовуються для аналізу та проектування перемикальних схем, таких як логічні вентилі, комбінаційні та послідовні логічні схеми.
41. Функціональні відношення: Функціональне відношення - це відношення між двома множинами, в якому кожному елементу першої множини ставиться у відповідність один і лише один елемент другої множини.
42. ДНФ для булевих функцій: ДНФ (диз'юнктивна нормальна форма) є одним з способів алгебраїчного задання булевих функцій і представляє функцію у вигляді диз'юнкції кон'юнкцій.
43. ДДНФ для булевих функцій та її властивості: ДДНФ (двійкова диз'юнктивна нормальна форма) є іншим способом алгебраїчного задання булевих функцій і представляє функцію у вигляді диз'юнкції заперечень кон'юнкцій. Відмінністю від ДНФ є використання заперечень.
44. Мінімізація булевих функцій. Карти Карно: Мінімізація булевих функцій - це процес спрощення булевої функції, зменшення кількості логічних вентилів або логічних операцій, що використовуються для її реалізації. Карти Карно - це графічний метод, який використовується для мінімізації булевих функцій шляхом аналізу логічних залежностей.
45. Мінімізація булевих функцій. Алгебраїчний метод: Мінімізація булевих функцій може також здійснюватися за допомогою алгебраїчних методів, таких як алгоритм Квайна-Мак-Класкі.
46. Дерева: В контексті дискретної математики, дерево - це ациклічний зв'язний граф без циклів.
47. Неорієнтовані графи. Основні поняття: Неорієнтований граф - це граф, в якому ребра не мають напрямку. Основні поняття включають вершини (вузли) і ребра (зв'язки) графу.
48. Орієнтовані графи: Орієнтований граф - це граф, в якому ребра мають напрямок. Кожне ребро вказує на напрямок від однієї вершини (вихідної) до іншої (вхідної).
49. Відшукання мінімального шляху в орієнтованому графі: Відшукання мінімального шляху в орієнтованому графі означає знаходження найкоротшого шляху між двома вершинами у графі.
50. Задання графа за допомогою матриці інцидентності: Задання графа за допомогою матриці інцидентності - це спосіб представлення графа у вигляді матриці, в якій рядки відповідають вершинам, а стовпці - ребрам, і елементи матриці показують, які ребра зв'язані з якими вершинами.
51. Види графів: У комп'ютерній дискретній математиці існує кілька видів графів, зокрема:

* Неорієнтований граф: Граф, в якому ребра не мають напрямку.
* Орієнтований граф: Граф, в якому ребра мають напрямок.
* Зважений граф: Граф, в якому кожному ребру присвоєна числова вага або метка.
* Мультиграф: Граф, в якому можуть існувати кілька ребер, що з'єднують одну і ту саму пару вершин.
* Псевдограф: Граф, в якому ребра можуть починатися і закінчуватися в одній і тій самій вершині.

Зв’язність графів: Зв’язність графа вказує на те, чи існує шлях між будь-якою парою вершин у графі. Граф може бути зв'язним, коли існує шлях між кожною парою вершин, або незв'язним, коли є розділення на декілька компонентів, і в кожному компоненті є свій зв'язний підграф.

1. Відмінності задання орієнтованого та неорієнтованого графа за допомогою матриць: Орієнтований граф може бути заданий за допомогою матриці суміжності або матриці інцидентності. В матриці суміжності (орієнтованого) графа, рядки і стовпці відповідають вершинам графа, і елемент матриці показує наявність або відсутність ребра між двома вершинами та їхній напрямок. У неорієнтованому графі, матриця суміжності є симетричною, оскільки ребра не мають напрямку. У матриці інцидентності орієнтованого графа, рядки відповідають вершинам, а стовпці - ребрам, і елемент матриці показує, чи зв'язана вершина з ребром і який є напрямок ребра. У неорієнтованому графі матриця інцидентності також використовується, але кожен стовпець, що відповідає ребру, має лише два ненульових елементи, що вказують на те, які вершини з'єднані цим ребром.
2. Операції над графами: В комп'ютерній дискретній математиці існує кілька основних операцій над графами, зокрема:

* Об'єднання графів: Створення нового графа, який містить всі вершини та ребра з обох графів.
* Перетин графів: Створення нового графа, який містить лише спільні вершини та ребра обох графів.
* Різниця графів: Створення нового графа, який містить вершини та ребра, що знаходяться в одному графі, але не в іншому.
* Доповнення графа: Створення нового графа, в якому всі ребра, які відсутні в початковому графі, присутні, а всі ребра, які присутні в початковому графі, відсутні.
* Доповнення вершини: Додавання нової вершини та ребер, які з'єднують її з усіма іншими вершинами графа.
* Видалення вершини: Видалення вершини та всіх ребер, які з нею пов'язані, з графа.

1. Степені вершин графа: Степінь вершини в графі показує, скільки ребер з'єднано з даною вершиною. Для неорієнтованого графа степінь вершини - це кількість ребер, які з'єднуються з цією вершиною. Для орієнтованого графа степінь вершини визначається як сума вхідних і вихідних ребер, що виходять або входять до цієї вершини.
2. Задання графа за допомогою матриці суміжності: Матриця суміжності - це квадратна матриця, де рядки і стовпці відповідають вершинам графа. У матриці суміжності, елемент на перетині рядка i і стовпця j дорівнює 1, якщо між вершинами i і j існує ребро, і 0, якщо ребра між цими вершинами немає. Для неорієнтованого графа матриця суміжності є симетричною відносно головної діагоналі.
3. Маршрути, ланцюги та цикли у графах:

* Маршрут: Послідовність вершин, пов'язаних ребрами, в графі.
* Ланцюг: Маршрут, у якому всі ребра унікальні, тобто жодне ребро не повторюється.
* Цикл: Ланцюг, у якому перша і остання вершини співпадають, утворюючи замкнений шлях.

1. Відшукання критичного шляху в орієнтованому графі: В орієнтованому графі, критичний шлях - це шлях, який має максимальну суму ваг ребер. Для пошуку критичного шляху можна використовувати алгоритм Дейкстри або алгоритм Беллмана-Форда.
2. Задання графа за допомогою матриці Кіркгофа: Матриця Кіркгофа (або матриця потоків) - це квадратна матриця, в якій елемент на перетині рядка i і стовпця j відображає кількість ребер, що виходять з вершини i і входять в вершину j. Матриця Кіркгофа використовується для аналізу потоків в мережах.
3. Алгоритм відшукання каркасного дерева найменшої ваги для графа: Один з алгоритмів для відшукання каркасного дерева найменшої ваги у зваженому графі - це алгоритм Крускала або алгоритм Прима. Обидва алгоритми побудовані на принципі поступового додавання ребер з найменшою вагою для створення каркасного дерева.
4. Висловлювання та операції над ними: Висловлювання - це заявки або твердження, які можуть бути істинними (правдивими) або хибними (неправдивими). Операції над висловлюваннями включають кон'юнкцію (логічне "І"), диз'юнкцію (логічне "АБО"), заперечення (логічне "НЕ"), імплікацію (логічне "Якщо...то"), еквіваленцію (логічне "Якщо і тільки якщо") та інші.
5. Формули алгебри висловлювань:

* Тавтологія: Формула, яка є істинною для будь-яких значень змінних.
* Суперечність: Формула, яка є хибною для будь-яких значень змінних.
* Виконувана формула: Формула, яка є істинною для певних значень змінних, але не обов'язково для всіх можливих значень.

1. Методи доведення рівносильності формул:

* Метод таблиць істинності: Порівняння значень формул для всіх можливих комбінацій значень змінних.
* Алгебраїчний метод: Використання логічних ідентичностей та алгебраїчних перетворень для перетворення формул.
* Метод Куайна: Використання рівносильних логічних еквівалентностей для доведення рівносильності формул.
* Метод редукції: Побудова послідовності формул, де кожна нова формула є логічним наслідком попередніх.
* Метод резолюцій: Використання правил резолюції для доведення рівносильності формул.

1. Дедуктивні висновки у логіці висловлювань: Дедуктивний висновок у логіці висловлювань - це процес логічного мислення, коли з вже відомих істинних висловлювань (аксіом або припущень) виводиться нове істинне висловлювання за допомогою правил логіки.
2. Формалізація числення висловлювань. Теорема дедукції: Формалізація числення висловлювань - це процес перетворення мови розуміння на мову формальної логіки. Теорема дедукції у логіці висловлювань стверджує, що якщо деяка формула може бути доведена з множини припущень за допомогою правил логіки, то ця формула є логічним наслідком цієї множини припущень.
3. Числення висловлювань та його властивості: Числення висловлювань - це формальна система, що дозволяє виконувати операції над висловлюваннями та досліджувати їх властивості. До властивостей числення висловлювань входять комутативність, асоціативність, дистрибутивність, закони ідемпотентності, закони заперечення та інші.
4. Логічне слідування на базі алгебри висловлювань: Логічне слідування - це властивість, коли одне висловлювання (висновок) випливає з інших висловлювань (припущень). Базові правила алгебри висловлювань використовуються для виявлення логічного слідування.
5. Застосування логіки висловлювань до аналізу змістовних міркувань: Логіка висловлювань може бути застосована для аналізу змістовних міркувань, встановлення логічних зв'язків між висловлюваннями, виявлення суперечностей або встановлення правильності міркувань.
6. Алфавіт і формули числення предикатів: Алфавіт числення предикатів складається зі змінних, констант, предикатних символів та логічних символів. Формула числення предикатів складається з кванторів, змінних, предикатних символів, логічних символів та дужок.
7. Класифікація предикатів: Предикати можна класифікувати за різними ознаками, такими як арност (кількість аргументів), тип аргументів (індивідуальні або пропозиційні), кількість значень, які можуть приймати і т.д.
8. Квантори. Область дії квантора: Квантори використовуються у численні предикатів для вираження кількості або існування об'єктів, які задовольняють певним властивостям. Область дії квантора - це частина формули, для якої квантор встановлює обсяг або контекст.
9. Формули логіки предикатів та їх рівносильні перетворення: Формули логіки предикатів включають квантори, предикатні символи, логічні символи та змінні. Рівносильні перетворення формул логіки предикатів включають заміну еквівалентних підформул, використання логічних тотожностей та застосування правил ідентичності.
10. Закони і тотожності в логіці предикатів: Закони і тотожності в логіці предикатів визначають властивості логічних операцій та взаємодіють з кванторами. Деякі з них включають закони двоїстості, закони дистрибутивності, закони заперечення, закони де Моргана та інші.
11. Проблеми розв'язності для числення предикатів. Теорема Черча: Проблеми розв'язності для числення предикатів вивчають питання про існування ефективних алгоритмів для рішення різних завдань у численні предикатів. Теорема Черча стверджує нерозв'язність певних проблем розв'язності для числення предикатів.
12. Формалізація числення предикатів. Правила виведення для числення предикатів: Формалізація числення предикатів включає визначення синтаксичних правил та семантики формул числення предикатів. Правила виведення в численні предикатів використовуються для будівництва доказів, що вказують на логічну правильність виведення одних формул з інших.